⊛ $C(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+\frac{1}{\tau}}$

⊛ $c(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$ → e'nin davranışı
1 → referans eksenini gösterir

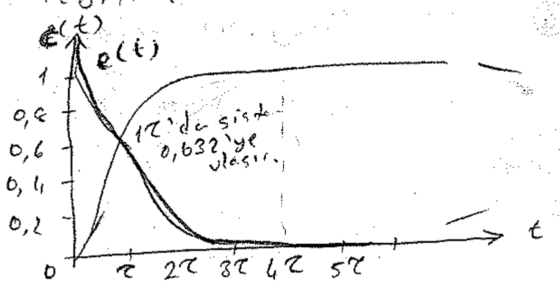
$t = 0 \Rightarrow c(t) = 0$
$t = \tau \Rightarrow c(t) = 0.632$
$t = 2\tau \Rightarrow c(t) = 0.865$
$t = 3\tau \Rightarrow c(t) = 0.950$
$t = 4\tau \Rightarrow c(t) = 0.982$
$t = \infty \Rightarrow c(t) = 1$

τ zaman sabiti olup, 1. dereceden sistemde 1τ zamanında çıkışın olması gereken %63, 2τ'da %86 --- v.s ulaşır.

τ ne kadar küçülürse sistemin hızı artar. (Ama tepkinin kontrolü zorlaşır.)

1. dereceden bir sistemde ölçme yapabilmek için 4τ kadar beklemek gerekir. (%98 doğruluk isteniyorsa)

4τ'da %2, 3τ'da %5 hata ile sistem çıkışı ölçülebilir.



⊛ $e(t) = r(t) - c(t)$ (hata)

$\Rightarrow e(t) = 1 - (1 - e^{-t/\tau})$

$\Rightarrow e(t) = e^{-t/\tau}$ Yani $t \to \infty$ giderken $e(t)$ (hata) 0'a eşit olacaktır.

Havuzdaki C ne kadar küçükse sistem çıkışı (su çıkışı) daha hızlı olacaktır. Çünkü, zaman sabiti küçülür.

Bir e üssülü ifadede ifadenin üssünü -1 yapacak değere τ denir.

RAMPA CEVABI

$C(s) = \frac{1/\tau}{(s+1/\tau)} \cdot \frac{1}{s^2}$ (KURAL 19) (Laplace Tablosundan)

$C(s) = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{(s+1/\tau)}$

$A = \lim_{s\to 0} \left[s^2 \frac{1/\tau}{(s+1/\tau)s^2} \right] = 1$

$B = \lim_{s\to 0} \frac{d}{ds} \left[s^2 \frac{1/\tau}{(s+1/\tau)s^2} \right]$

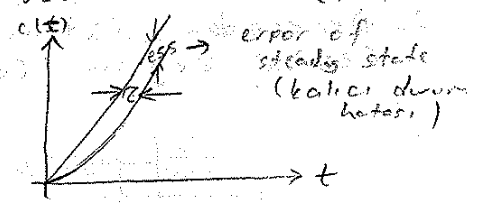
$\Rightarrow B = \lim_{s\to 0} \left[\frac{0(s+1/\tau) - 1\frac{1}{\tau}}{(s+1/\tau)^2} \right] = -\tau$

$C = \lim_{s\to -\frac{1}{\tau}} \left[\cancel{(s+1/\tau)} \frac{1/\tau}{\cancel{(s+\frac{1}{\tau})} s^2} \right] = \tau$

$C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{\tau}{s} + \frac{\tau}{s+1/\tau}$

⊛ $c(t) = t - \tau + \tau e^{-t/\tau}$

Zaman sonsuza giderken e üslü terimler 0'a gider ve sonsuza kadar mutlaka sistemin rampa cevabı ile ideal rampa arasında 1τ kadar aralık (hata) kalır. Kesinlikle rampa cevabı, ideal rampa üzerine oturmaz.



Birim basamakta sistem referansa sonsuzda oturur ama, birim rampada oturtulamaz. Mutlaka aradaki fark olur.

$e(t) = r(t) - c(t)$
$= t - (t - \tau + \tau e^{-t/\tau})$
$= \tau - \tau e^{-t/\tau}$

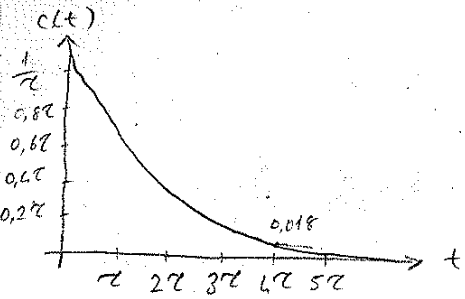
$\Rightarrow e(t) = \tau(1 - e^{-t/\tau})$

$t \to \infty \Rightarrow e(t) = \tau$ kadar hata sonsuzda birim rampa için kalır.

IMPULSE (ANİ DARBE) CEVABI

$$C(s) = \frac{1/\tau}{(s + 1/\tau)} \cdot 1$$

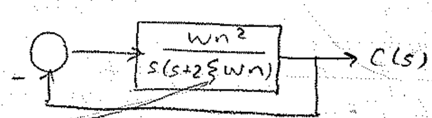
$$\Rightarrow c(t) = \frac{1}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$$



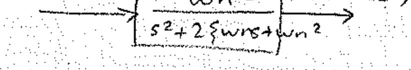
Bir havuza birim impulse uygulanca anca su bir anda dökülmek istendiği içindir.

Vananın kapalı olması τ'nun olmaması yani τ=0 dır. Vana ne kadar çok açılırsa ideal rampayı o kadar çok τ geriden takip eder. Peki rampa cevabında ilk kavis için ne yorum yapabiliriz? O kavis vana ait olduğu düşünülerek bir yandan havuzun boşaldığı ve bir yandan da dolduğu düşünülebilir.

2. Dereceden Sistemlerin Geçici Rejim Cevabı



ξ kisi diye okunur (sönüm katsayısı)



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{wn^2}{s^2+2\xi wns+wn^2}$$

karakteristik denklem $s^2 + 2\xi wn s + wn^2 = 0$

Bir genellikle 2. derece sistemlerle uğraşacağız. Yani bir motor bile bu alanın konusudur.

(*) karakteristik denklemin kökleri: $s_{1,2} = -\xi wn \mp j wn\sqrt{1-\xi^2}$

$\alpha = \xi wn \quad wd = wn\sqrt{1-\xi^2}$

(*) $s_{1,2} = -\alpha \mp j wd$

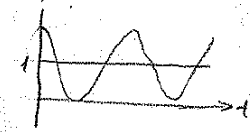
kritik sönümlü hal sabit salınım frekansı

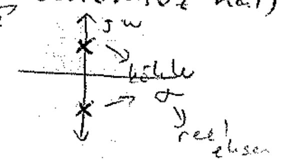
① Kisi ⇒ ξ=0 ise (sönümsüz hal)

$\mp j wd\sqrt{1-0^2}$

$s_{1,2} = \mp j wn$

mesela bir hocanın ξ'si 0 ve hiç dinlenmiyorsa, görülse sınıfta disiplinsizlik başlar

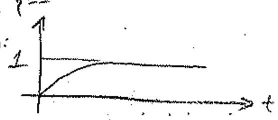


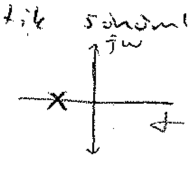


② ξ = 1 (kritik sönümlü hal)

$s_1 = -wn$

hocanın ξ=1 ve çok disiplinli

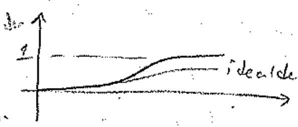


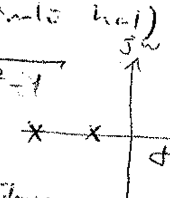


③ ξ>1 (aşırı sönümlü hal)

$s_{1,2} = -\xi wn \mp wn\sqrt{\xi^2-1}$

hocanın ξ'si çok büyük tutarsa başarı artar

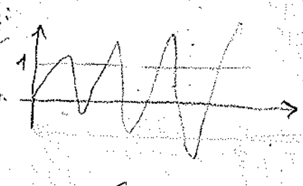


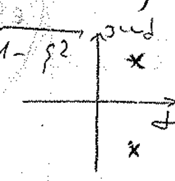


④ ξ<0 (negatif sönümlü hal)

$s_{1,2} = +\xi wn \mp j wn\sqrt{1-\xi^2}$

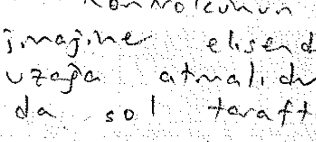
hocanın ξ'si 0'dan düşükse otoritesini kaybediyor

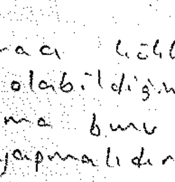




⑤ 0< ξ < 1 (az sönümlü hal)

$s_{1,2} = -\xi wn \mp j wn\sqrt{1-\xi^2}$

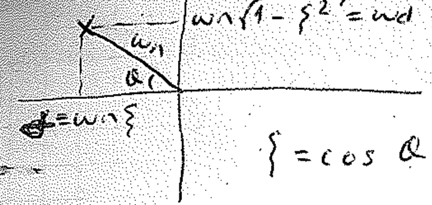




ξ değeri yükseldikçe iyidir ama 0 ile 1 arasında olmalıdır.

Kontrolcünün amacı kökleri imajiner eksenden olabildiğince uzağa atmalıdır ama bunu da sol tarafta yapmalıdır.

2. derece sistemi 1. derece gibi kullanmaya çalışmak sistemi zorlamak demektir. Pek kullanılmaz.



$\zeta = \cos\theta$

kök imajinere eksene yaklaştıkça osilasyon başlar, kontrol zorlaşır. kök reel eksene yaklaşt. 1. basamak gibi davranır ama zaman uzar bu birim isimi geber.

Kökün orjine uzaklığının (w_n'nin) yatayla yaptığı açısın (θ'nın) kosinüsü sönüm katsayısı (ksi, ζ, zeta) denir.

w_n aslında w_n şeklindedir

Exp: $\zeta = 1$ ise $\dfrac{C(s)}{R(s)} = \dfrac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s + w_n^2}$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2+2w_n s+w_n^2} = \frac{w_n^2}{(s+w_n)^2}$$

$$\Rightarrow C(s) = \frac{1}{s}\,\frac{w_n^2}{(s+w_n)^2}$$

$$\Rightarrow c(t) = 1 - e^{-w_n t}(1+w_n t)$$

$t \to \infty$ giderken $c(t) \to 1$'e gider yani birim basamağa ulaşır.
(2) durumu görmüş olduk

Exp: $\zeta = \emptyset$ ise (sıfır)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{w_n^2}{s^2+w_n^2} \quad \text{ve} \quad R(s) = \frac{1}{s}$$

↓ referans sinyali laplace'si

$$\Rightarrow C(s) = \frac{w_n^2}{(s^2+w_n^2)s}$$

$$\Rightarrow c(t) = 1 - \cos w t \Rightarrow$$ (1) durumu görmüş olduk.

Exp: $0<\zeta<1$ olmak üzere,

(İkinci dereceden sistemin 1. derece için 1. ikisi için birim basamak uygulanır.)

$$s_{1,2} = -\zeta w_n \mp j w_n\sqrt{1-\zeta^2}$$
$$s_{1,2} = -\alpha \mp j w_d$$

$$C(s) = \frac{w_n^2}{(s+\zeta w_n + j w_d)(s+\zeta w_n - j w_d)}\cdot\frac{1}{s}$$

$$\Rightarrow C(s) = \frac{A}{s} + \frac{K_C}{(s+\zeta w_n - j w_d)} + \frac{K_C - 1}{(s+\zeta w_n + j w_d)}$$

(✱) $\Rightarrow c(t) = 1 - \dfrac{e^{-\zeta w_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cdot \sin(w_d t + \theta))$ $\qquad \theta = \tan^{-1}\dfrac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$

(✱) $\Rightarrow c(t) = 1 - e^{-\zeta w_n t}\left(\cos w_d t + \dfrac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin w_d t\right)$

$\Rightarrow$ (5) durumunu görmüş olduk.

$t_g = \dfrac{1+0{,}7\zeta}{w_n}$ $\quad t_y = \dfrac{\pi-\beta}{w_d}$ $\left(\beta = \tan^{-1}\dfrac{w_d}{\alpha},\ \alpha = \zeta w_n\right)$

$e(t)$'yi bulalım $r(t) = 1$'dir. → referans eksen ise odur

$$e(t) = r(t) - c(t)$$

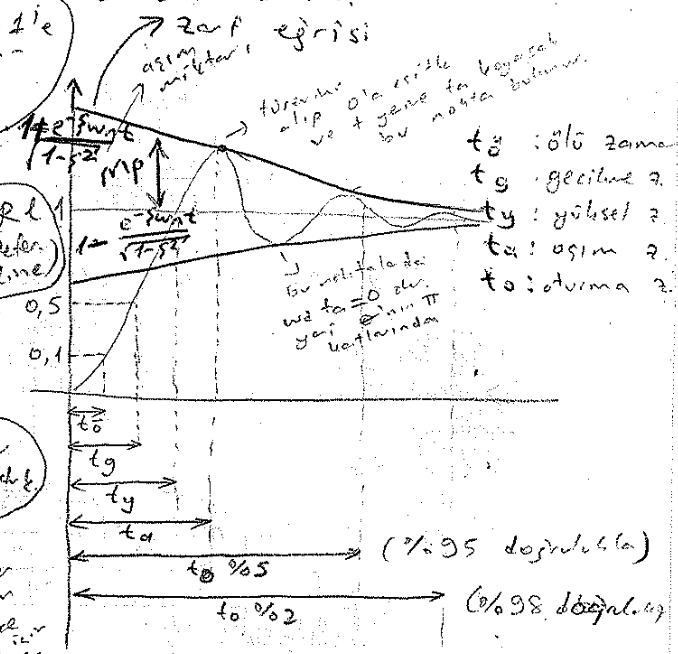
$$e(t) = 1 - \left(1 - \frac{e^{-\zeta w_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdots\right)$$

$$\Rightarrow e(t) = \frac{e^{-\zeta w_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$ $t \to \infty$ için $e(t) \to 0$ olur.

$\zeta > 1$'de büyük olacak; $s_{1,2}$ 'yi bul $\to e(t)$'yi bul.

Not: Aşırı sönümlü sistemin birim basamak girişinden olan cevabını bulup, birim basamak girişi izleyip izlemediğini ($e(t)$'nin ∞'daki durumunu gözleyip sıfır ($\emptyset$) olup olmamasına bakmaktır amaç)

Not: Kontrolcülükte amaç, sonsuzda $e(t)$'nin (hatanın) $\emptyset$ olmasıdır.



$t_ö$: ölü zaman
t_g : gecikme z.
t_y : yükselme z.
t_a : aşım z.
$t_ö$: durma z.

Gecikme Zamanı (delay time) (t_g, t_d)

$$t_g = \frac{1+0{,}7\zeta}{w_n}$$

Yükselme Zamanı (rise time) (t_y, t_r)

$$t_y = \frac{1}{w_d}\tan^{-1}\frac{-\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

veya

$$t_y = \frac{\pi-\beta}{w_d} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{w_d}{\alpha}$$

$$\alpha = \zeta w_n$$

$$w_d = w_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

Aşım (M_p) ⇒ Hata

Aşım Zamanı (Magn of Peak Time) (t_a)

$$t_a = \frac{\pi}{w_d} \qquad M_p = e^{-\frac{\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

→ Aşım miktarı (Hata)

(Oturma T) → en çok bu kullanılır / yerleşme kullanmıyoruz

Yerleşme Zamanı (t_o)

[Setting Time (t_s)]

%2'ye göre ⇒ $t_o = \frac{4}{\sigma}$

%5'e göre ⇒ $t_o = \frac{3}{\sigma}$

Exp: Burada amaç analiz etmek değil, nasıl sistemin olduğunu anlıyoruz

$$c(t) = 1 - e^{-\xi w_n t}\left(\cos w_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin w_d t\right)$$

referans noktasında çıktığını gösteren max noktayı bulmak için türevini alıp (1. derece olacak) t_a'yı yerine koymak lazım bu ifadede.

O zaman birim basamak uygulayalım $c(t)$'ye

$$C(s) = \frac{1}{s} \frac{w_n^2}{s(s^2+2\xi w_n s + w_n^2)}$$

sonra ters laplace ile

$$\Rightarrow \left.\frac{dc(t)}{dt}\right|_{t=t_a} = (\sin w_d t_a) \frac{w_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi w_n t_a} = 0$$

0'a eşitleriz

$0, \pi, 2\pi \ldots$ noktaları ekstremum olup, türevi buralarda sıfıra eşitlersek bu noktaları bulmuş oluruz.

$$w_d \cdot t_a = \pi$$

$$\Rightarrow t_a = \frac{\pi}{w_d} \text{ olarak bulunur.}$$

bu formülü adamın biri bulmuş!

sinyal oturduktan %5 sonra yaklaşmışsa kontrolcü ...

$$c(t) = 1 - e^{-\xi w_n t}\left(\cos \underbrace{w_d t}_{\pi} + \underbrace{\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \underbrace{w_d t}_{\pi}}_{0}\right)$$

$$c(t) = 1 - e^{-\xi w_n t_a}$$

$$c(t) = 1 + e^{-\xi w_n t_a}$$

$$M_p = c(t) - 1$$

$$M_p = e^{-\xi w_n t_a}$$

$$M_p = e^{-\xi w_n \frac{\pi}{w_d}}$$

$$M_p = e^{-\xi w_n \frac{\pi}{w_d}} \rightarrow M_p = e^{-\xi w_n \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\xi^2}}} \rightarrow M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

Exp: t_y'nin tanımını bulmak için sinyalin 1 olduğu noktayı bulmalıyız (sinyalin ilk 1 olduğu nokta). O zaman bu sistemin fonks. 1'e eşitleriz.

$$1 = 1 - e^{-\xi w_n t}\left(\cos w_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin w_d t_y\right)$$

$$\Rightarrow 0 = -e^{-\xi w_n t_y}\underbrace{\left(\cos w_d t_y + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin w_d t_y\right)}_{0 \text{ olmalıdır}}$$

$$\left(\cos w_d t_y + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin w_d t_y\right) = 0$$

$$\underbrace{\frac{\sin w_d t_y}{\cos w_d t_y}}_{\tan w_d t_y} = \frac{-\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

$$\Rightarrow \tan w_d t_y = -\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

$$t_y = \frac{1}{w_d} \tan^{-1}\left(-\frac{1-\xi^2}{\xi}\right)$$

$$c(t) = \underbrace{1}_{\text{referans}} - \underbrace{\frac{e^{-\xi w_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}}_{\text{sönüm}} \underbrace{\sin\left(w_d t + \tan^{-1}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)}_{\text{salınım}}$$

↳ zarf eğrisi bu ifadeden çıkar ve eğriyi içine alır.

Exp: üslü ifadenin üssünü -1 yapan değeri (zaman sabitini) bulalım

$e^{-\xi w_n t}$ ⇒ üslü ifade

$$-\xi w_n t = -1$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{\xi w_n t}$$

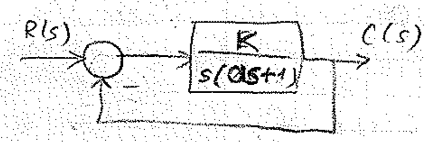
$$\Rightarrow \tau = \frac{1}{\xi w_n t}$$

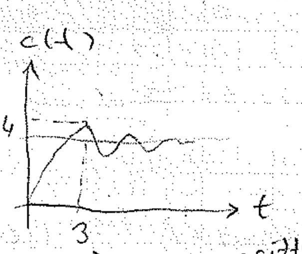
(bu 3τ, 4τ'lar bildiğimiz tablodan bakarak %5 için 3τ geçerli.)

$$\%5 \Rightarrow 3\tau \Rightarrow t_o = 3\tau = \frac{3}{\xi w_n}$$

$$\%2 \Rightarrow 4\tau \Rightarrow t_o = 4\tau = \frac{4}{\xi w_n}$$

Exp:





→ t_a'ya eşittir.

Aşağıda blok diyagr. ve birim basamak cevabı verilen sistemin K ve a değerini ve %5 kriterine göre oturma zamanını bulunuz.

Ans:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s^2a+s}}{1+(1)\frac{K}{s^2a+s}} = \frac{K}{as^2+s+k}$$

$$\Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{a}}{s^2+\frac{s}{a}+\frac{K}{a}} \equiv \frac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}$$

çünkü bu ifade grafikte de görüldüğü gibi 2. derecedendir.

eşitlikte pay için paydadaki değil sadeleşmiş halini yazmalıdır.

yazarken göre pay w_n^2 eşit gözükse bile pay terimleri de içerebilir hata da paydada ana paydaki denklem ile değişikliği kesin ifadeleri

$\Rightarrow w_n^2 = \frac{k}{a}$ ve $\Rightarrow 2\zeta w_n = \frac{1}{a}$

$\Rightarrow k = w_n^2 a$

$$M_p = \frac{\underset{1,254}{C(t)_{M_p}} - Ref.}{1}$$

$$\Rightarrow M_p = 0,254 = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow 0,254 = e^{\frac{-3,14\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow \ln 0,254 = \frac{-3,14\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \zeta^2 = 0,159 \Rightarrow \zeta = 0,4$$

$$t_a = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$t_a = 3$

$$\Rightarrow 3 = \frac{3,14}{w_n\sqrt{1-0,159}}$$

$$\Rightarrow w_n = 1,142$$

$$a = \frac{1}{2\zeta w_n} = \frac{1}{2\,\underbrace{0,4}_{\zeta}\,\underbrace{1,142}_{w_n}}$$

$\Rightarrow a = 1,29$ sn

birimi yine sn çünkü ζw_n ile çarptık

$$k = w_n^2 a \Rightarrow k = (1,142)^2(1,29)$$

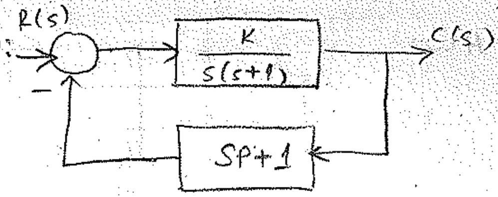
$$\Rightarrow k = 1,42$$

$$\tau = \frac{1}{\zeta w_n} = \frac{1}{(0,4)(1,142)}$$

$\Rightarrow \tau = 2,19$ sn

%5 için $3\tau = 3.2,19 = 6,56$ sn gerek.

Exp:



k, p

t_o

$t_a = 1$ sn

$M_p = 0,4$

%5'e göre K, P, t_o, ζ değerlerini bulunuz

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+1)}}{1+(sP+1)\frac{K}{s(s+1)}}$$

$$\Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2+s(PK+1)+K}$$

sadeleştirme yapmadan yazınız.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2+s(PK+1)+K} \equiv \frac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}$$

$K = w_n^2$

$PK+1 = 2\zeta w_n$

✓ $M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

$$\Rightarrow 0,4 = e^{\frac{-3,14\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow \ln 0,4 = -\frac{3,14\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \zeta = 0,28$$

✓ $\underset{\text{verilmiş}}{t_a} = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}}$

$$\Rightarrow 1 = \frac{3,14}{w_n\sqrt{1-0,28^2}}$$

$$\Rightarrow w_n = 3,27$$

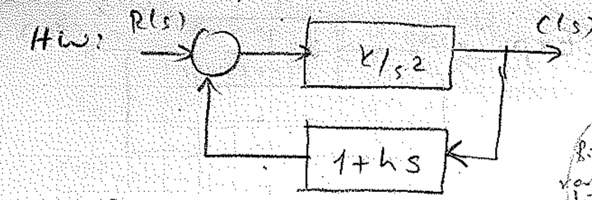
$K = w_n^2 \Rightarrow K = 10,71$

$PK+1 = 2\zeta w_n \Rightarrow P = 0,265$

%5 için $3\tau = 3\frac{1}{\zeta w_n}$

$\Rightarrow \underset{\text{oturma zamanı}}{t_o} = 3,27$ sn

Hw:



Birim basamak girişinde max aşım %25 (ref 1 kabul edilir ve $0,25 = M_p$ olur) ise ve $t_a = 2$ sn ise K, h, t_o ve ζ değerlerini %2 oturma için bulunuz.

Birim basamak, rampa verildiğinde sabit bir çıkış elde edilebiliyorsa o sistem kararlıdır.

Ans:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s^2}}{1+\frac{K}{s^2}(1+hs)} = \frac{K}{s^2+Khs+K}$$

$$\Rightarrow \frac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s + w_n^2} = \frac{K}{s^2+Khs+K}$$

$$\Rightarrow w_n^2 = K$$

$$\Rightarrow Kh = 2\zeta w_n$$

√1 $M_p = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

$$\Rightarrow 0,25 = e^{\frac{-3,14\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

$$\Rightarrow \ln 0,25 = \frac{-3,14\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\zeta^2}{1-\zeta^2} = 0,195$$

$$\Rightarrow 1,195\zeta^2 - 0,195 = 0$$

$$\Rightarrow \zeta = 0,4$$

√2 $t_a = \frac{\pi}{w_n\sqrt{1-\zeta^2}}$

$$\Rightarrow 2 = \frac{3,14}{w_n\sqrt{1-0,4^2}}$$

√3 $w_n = 1,71$

$\Rightarrow K = w_n^2 = 2,93$ √4 $Kh = 2\zeta w_n \Rightarrow h = 0,47$

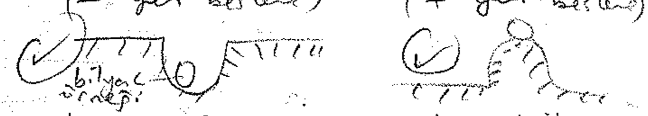
√5 $\tau = \frac{1}{\zeta w_n} = 1,46$ sn $\Rightarrow$ %2 için $2\tau = 2,92$ sn gerek. √6

Kararlılık Analizi:

Zaman sonsuza giderken sınırlı bir girişe karşılık sınırlı bir çıkış elde ediliyorsa "sistem kararlıdır." denilir.

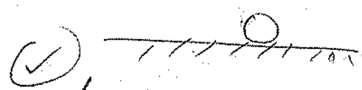
Bir sistemin kararlı olması için sistem kökleri y ekseninin sol tarafında olmalıdır.

(– geri besleme) (+ geri besleme)



bilyacık örneği

kuvvet ile cismin yönü farklı kuvvet ile cismin yönü aynı



(kritik kararlı hal) (sabit genlikli osilasyon)

(ileri, geri, osilasyon, bir süre sonra durabilir.)

Kararlılık analizi için sistem transfer denkleminin kökleri bulunur. Kökler solda ise sistem kararlı sağda ise kararsızdır.

Sistem 5. veya 6. derecede ise nasıl bulacağız? İşte sorun burada belirir?

Çoklu kökleri bulma işlemi: Ruturs bilim adamının sadece s domaininde kullanılan sistem kararlılık analizi yöntemi ile yapılır. Bir tablodan yararlanılan bu yöntemde kökleri bulmanın adımları vardır.

transfer fonksiyonunun karakteristik denklemi (yani paydası 0'a eşitlendi)

$$s^4+2s^3+s^2+4s+2=0$$

Bu sistemin köklerini bularak kararlılığa bakalım.

$$1s^4+2s^3+1s^2+4s+2=0$$

1. yol

2 s^3 4 s 0

2

Bir sistemin kararlı olabilmesi için ilk sütunda hiç değişim ($+ \to -$ 'ye veya $- \to +$ 'ya) yoksa ya da hepsi $-$ (eksi) işaretli ise sistem KARARSIZ dır denilir.

yollar.

①. s^4	1	1	2	bunları (ilk iki tarafı) direk yazarız.
②. s^3	2	4	0	
③. s^2	-1	2		bunları determinant hesabı ile biz buluruz
s^1	8	0		
s^0	2			

$$s^2 \Rightarrow \quad -1 = \frac{2.1 - 1.4}{2}$$

$$2 = \frac{2.2 - 1.0}{2}$$

$$s^1 \Rightarrow \quad 8 = \frac{(-1)4 - 2.2}{-1}$$

$$0 = \frac{(-1).0 - 2.0}{-1}$$

$$s^0 \Rightarrow \quad 2 = \frac{8.2 - (-1).0}{8}$$

1, 2, −1, 8, 2 satırında işaret değişimi 2 tane olduğu için ($2 \to -1$ ve $-1 \to 8$'e)

2 kökü s düzleminin sağında olur. (Toplam 4 kökü var çünkü 4. dereceden)

Bu sistem KARARSIZ'dır.

<u>Not</u>: $-2s^4 + \_\_\_$ Bu sistem direk kararsızdır diyebiliriz, çünkü, s^4'ün katsayısı negatiftir.

Exp: $2s^4 + s^3 + 3s^2 + 5s + 10 = 0$

s^4	2 3 10	
s^3	1 5 0	
s^2	$a_1=7$	$a_2=10$
s^1	$b_1=6{,}43$	$b_2=0$
s^0	$c_1=10$	

$$a_1 = \frac{1.3 - 2.5}{1} = -7$$

$$a_2 = \frac{1.10 - 2.0}{1} = 10$$

$$b_1 = \frac{-7.5 - 1.10}{-7} = 6{,}43$$

$$b_2 = \frac{7.0 - 1.0}{-7} = 0$$

$$c_1 = \frac{6{,}43.10 - 7.0}{6{,}43} = 10$$

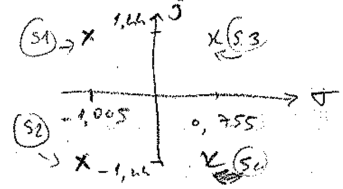
Bu denklemin kökleri Mathlab programını kullanarak bulursak,

$$s_{12} = -1{,}0005 \mp j0{,}9331$$

$$s_{34} = 0{,}755 \mp j1{,}4444$$

olarak bulunmuş olsun.

Görüldüğü gibi 2 tane sağ yarı düzlemde kökü vardır. Yani sistem kararsızdır.



"Routh-Hurwitz" yöntemi sistemin köklerini değil kararlılığı hakkında işaretlere bakarak yorumda bulunmamıza yarar. (Kökleri Mathlab'tan bulduk.)

Exp: $s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10 = 0$ bu sistem kararlılığı hakkında yorum yapınız.

En küçük pozitif sayı ε'dur. (epsilon okunur.)

Ans:

s^5	1	2	11
s^4	2	4	10 → direk yazdık
s^3	$a_1=\varepsilon$	$a_2=6$	0
s^2	$b_1=\frac{-12}{\varepsilon}$	$b_2=10$	
s^1	$c_1=6$		
s^0	$d_1=10$		

⇓ 2 kere değişim var. Sistem KARARSIZ'dır.

İlk kolonda 0 çıkarsa ona bir şans daha veririz ve ε deriz. ($\varepsilon = 0{,}00000 --- 0001$ gibi bir sayıdır.)

$$a_1 = \frac{2.2 - 1.4}{2} = 0 \Rightarrow a_1 \simeq \varepsilon$$

$$a_2 = \frac{2.11 - 10.1}{2} = 6$$

ihmal edilir ∞'un yanında hiç laf olmaz

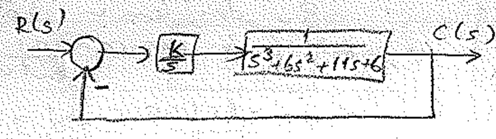
$$b_1 = \frac{\varepsilon.4 - 6.2}{\varepsilon} = \frac{4\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{12}{\varepsilon} = \frac{-12}{\varepsilon}$$

$$b_2 = \frac{\varepsilon 10 - 2.0}{\varepsilon} = 10$$

$$c_1 = \frac{\frac{-12}{\varepsilon} \cdot 6 - \varepsilon 10}{\frac{-12}{\varepsilon}} = 6$$

$$d_1 = \left[6.10 - \left(\frac{-12}{\varepsilon}\right).0\right] / 6 = 10$$

Exp:



K'nın hangi aralığında bu sistem kararlı çalışır?

Ans:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s}\cdot\frac{1}{s^3+6s^2+11s+6}}{1+1\cdot\frac{K}{s}\cdot\frac{1}{s^3+6s^2+11s+6}}$$

$$\Rightarrow \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{K+s^4+6s^3+11s^2+6s}$$

Bu sistemin karakteristik denklemi $\Rightarrow s^4+6s^3+11s^2+6s+K=0$

s^4	1	11	K
s^3	6	6	0
s^2	$a_1=10$	$a_2=K$	
s^1	$b_1=\frac{60-6K}{10}$	$b_2=0$	
s^0	$c_1=K$		

$$a_1 = \frac{6.11-1.6}{6} = 10$$

$$a_2 = \frac{6.K-1.0}{6} = K$$

$$b_1 = \frac{10.6-6.K}{10}$$

$$b_2 = \frac{10.0-6.0}{10} = 0$$

$$c_1 = \frac{\frac{60-6K}{10}\cdot K - 0.10}{\frac{60-6K}{10}} = K$$

$$\frac{60-6K}{10} > 0 \Rightarrow K<10$$

ve K pozitif olmalı yani $K>0$ (ε ve geelde değerlendirmeye)

Bir sonraki kural örnekte bu gereklidir. Bakın burada türev ile K'nın $\frac{d(10s^2+K)}{ds}$'dan 20s ve denklemin kararlı olduğu görülebilir. $0 \leq K \leq 10$ yani kabul edilebilir.

$\boxed{0 \leq K < 10}$ olması gerekir.

Exp: $F(s) =$ olsun $s^6+3s^5+3s^4+6s^3+3s^2+3s+1=0$ sisteminin kararlılığını yorumlayınız.

Ans:

s^6	1	3	3	1
s^5	3	6	3	0 → direk yazdık
s^4	$a_1=1$	$a_2=2$	$a_3=1$	0 → direk yazdık
s^3	$b_1=0$ 4	$b_2=0$ 4	$b_3=0$	
s^2				
s^1				
s^0				

$$a_1 = \frac{3.3-1.6}{3} = 1$$

$$a_2 = \frac{3.3-1.3}{3} = 2$$

$$a_3 = \frac{3.1-1.0}{3} = 1$$

$$b_1 = \frac{1.6-3.2}{1} = 0$$

$$b_2 = \frac{1.3-3.1}{1} = 0$$

$$b_3 = \frac{1.0-3.0}{1} = 0$$

Dikkat → tamamı sıfır olabilir. Hemen ε koyulmamalıdır 1..

Bir satır (b_1 b_2 b_3 gibi) tümü 0 olmuş ise onun bir üstündeki yardımcı denklemin türevinden alınan katsayılar bu satıra (b_1 b_2 b_3 ...) yerine konulur (0'ların yerine)

s^4 satırından geldi → $F_1(s) = s^4+2s^2+1$

$$\frac{dF_1(s)}{ds} = 4s^3+4s$$

bu denklemin katsayıları s^3 satırına yazılır.

s^4	1	2	1
s^3	4	4	0 – direk
s^2	$c_1=1$	$c_2=1$	0 – direk yazdık
s^1	$d_1=0$ 2	$d_2=0$ 0	
s^0	$e_1=1$		

$$c_1 = \frac{4.2-1.4}{4} = 1$$

$$c_2 = \frac{4.1-1.0}{4} = 1$$

$$d_1 = \frac{1.4-4.1}{1} = 0$$

$$d_2 = \frac{1.0-4.0}{1} = 0$$

yardımcı denklem kullanalım

$F_2(s) = s^2+1$

$$\frac{dF_2(s)}{ds} = 2s$$

$$e_1 = \frac{2.1-1.0}{2} = 1$$

Bu sistem KARARLI'dır.

Exp: $s^3+15s^2+50s+250K=0$

sistemin kararlı olması için K hangi aralıkta olmalıdır?

s^3	1	50	0
s^2	15	250K	0 → direkt yazdık
s^1	a_1	$a_2=0$	
s^0	$b_1=250K$		

$$a_1 = \frac{15.50 - 1.250K}{15} = \frac{150-50K}{3}$$

$$a_2 = \frac{15.0 - 1.0}{15} = 0$$

$$b_1 = \frac{\cancel{\frac{150-50K}{3}} . 250K - \cancel{15.0}}{\cancel{\frac{150-50K}{3}}}$$

$$\Rightarrow b_1 = 250K$$

$$a_1 = \frac{150-50K}{3} > 0 \text{ olmalıdır}$$

bir sistem kararlı olsun.

$K<3$ olmalı, $K>0$ olmalı $\Big\}$ $0<K<3$ olmalıdır.

Bu sistemlerde kararlılık için ε'dan kaçınalım. Çünkü ε neredeyse 0 (sıfır) demektir ve o kadar hassas bir değer sisteme zaten verilmez. O yüzden de 0< ibaresi kullanılır. (Ayrıca, bir sistem de günümüzde genel olarak ε hassasiyetine tepki veremez; ya da veremez kabul edilir.)

Exp: $s^5+3s^4+10s^3+16s^2+24s+16$

sistemin kararlılığını bulunuz.

s^5	1	10	24 0
s^4	3	16	16 0
s^3	$a_1=1$	$a_2=4$	0
s^2	$b_1=4$	$b_2=16$	
s^1	$c_1=0$	$c_2=0$	$\Rightarrow c_1=8 \quad c_2=0$
s^0	$d_1=16$		

$$a_1 = \frac{3.10-1.16}{3} = \frac{14}{3} \Rightarrow 1$$

$$a_2 = \frac{3.24-1.16}{3} = \frac{56}{3} \Rightarrow 4$$

$\Big\}$ $\frac{14}{3}$ ile bölündü.

$$b_1 = \frac{1.16-3.4}{1} = 4$$

$$b_2 = \frac{1.16-3.0}{1} = 16$$

$$c_1 = \frac{4.4-1.16}{4} = 0$$

$$c_2 = \frac{4.0-1.0}{4} = 0$$

$F_1(s) = 4s^2+16$

$\frac{dF_1(s)}{ds} = 8s$

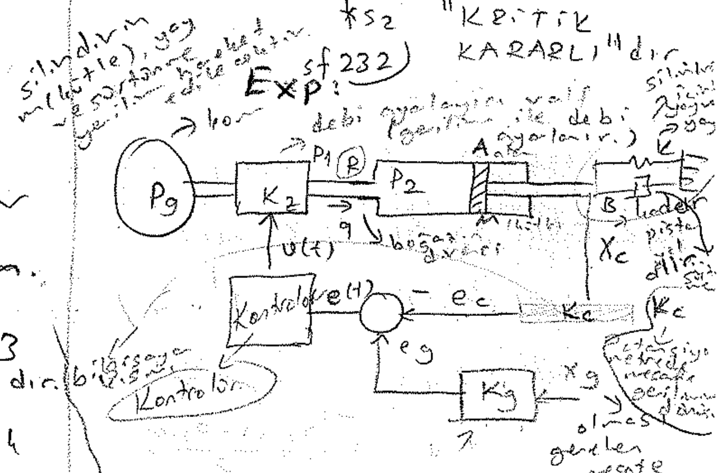
↳ yani $c_1=8$, $c_2=0$ olur.

$4s^2+16=0 \Rightarrow s^2+4=0$

$\Rightarrow s_{1,2} = \mp 2j$

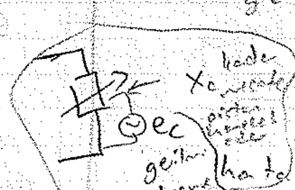
yani bu sistem "KRİTİK KARARLI"dır.

Exp: (sf 232)



Verilen akışkan mekanik sistem negatif geri beslemeli olup X_g'ye karşılık $e_g = K_g X_g$ elektriksel gerilimi elde edilmektedir.

Buna karşılık hata seçici geri besleme elemanından gelen elektrik işaret ec'den



$e_c = K_c X_c$

Kontrolör ise bu sinyalinden

$$u(t) = \underbrace{K_p}_{\text{kontrolör katsayısı}} . e(t) + \underbrace{K_d}_{\text{türev katsayısı}} \frac{de(t)}{dt}$$

kadar debi valfi için u(t) gerilimi oluşturur.

u(t) gerilimide debi valf açıklığında $P_1(t) = K_b\, u(t)$ basıncı oluşturur.